Příklady k cvičení č.9

III.2. Centrální limitní věta

Cvičení 1. Jaká je pravděpodobnost, že při 100 hodech symetrickou mincí padne rub více než 60 krát? Vyjádřete tuto pravděpodobnost přesně i pomocí CLV.

Cvičení 2. Životnost jedné žárovky má exponenciální rozdělení se střední hodnotou 10 hodin. Jakmile se jedna žárovka porouchá, nahradíme ji ihned další. Kolik máme zakoupit žárovek, abychom měli jistotu, že budeme moci svítit alespoň 600 hodin s pravděpodobností alespoň 95%?

Cvičení 3. Pořádáte vánoční večírek pro 100 hostů. Lze předpokládat, že počet chlebíčků, které sní náhodně vybraný host, je náhodná veličina se střední hodnotou 5 a rozptylem 1 a že jednotliví hosté konzumují nezávisle na sobě.

(a) S jakou pravděpodobností sní hosté méně než 490 chlebíčků?

(b) Kolik musíte objednat chlebíčků, aby jich byl nedostatek (hosté by měli ještě hlad) s pravděpodobností menší než 0.1?

(c) Kolik hostů může přijít na oslavu, jestliže chcete mít jistotu, že objednaných 500 chlebíčků bude stačit s pravděpodobností větší než 95%?

Cvičení 4. Pojišťovna má pojištěno 1000 osob stejného věku. Pravděpodobnost úmrtí v daném roce je u každého pojištěného $0,01$. Pojištěnci platí roční pojistné 1200 Kč a v případě úmrtí je oprávněné osobě vyplaceno 80000 Kč.

(a) Jaký je v daném roce očekávaný zisk pojišťovny?

(b) Jaká je pravděpodobnost, že pojišťovna utrpí v daném roce ztrátu?

(c) Jak bychom měli změnit roční pojistné, aby byla pravděpodobnost ztráty menší než 1%?

Dobrovolný domácí úkol - odevzdání do 6.1.2020: Na cvičení 4 jsme řešili úlohu 1: Doba výpočtu (v sekundách) určité úlohy s náhodným vstupem je náhodná veličina X s rozdělením s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^3} & \text{pro } x \geq 1, \\ 0 & x < 1. \end{cases}$$

V části (d) jsme ukázali, jak pomocí náhodné veličiny U s rovnoměrným rozdělením na $[0, 1]$ (tj. generátoru náhodných čísel mezi 0 a 1) generovat X (viz řešení na webu).

Zadání:
Pomocí postupu z úlohy 1(d) nagenerujte nezávislé realizace $X_1, ..., X_n$. Nakreslete graf porovnání empirické distribuční funkce a teoretické distribuční funkce. Proveďte pro $n = 20, n = 100$ a $n = 1000$.